

Das kennen wir bereits aus dem vergangenen Unterricht:

Funktionen, deren Graph eine Gerade darstellen, nennen wir lineare Funktionen.

Sie haben die allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

Funktionen, deren Graph eine Gerade darstellen, nennen wir lineare Funktionen.

Sie haben die allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

Faktor, mit dem x multipliziert werden soll

Abstand vom Nullpunkt

Funktionen, deren Graph eine Gerade darstellen, nennen wir lineare Funktionen.

Sie haben die allgemeine Form:

$$y = mx + b$$

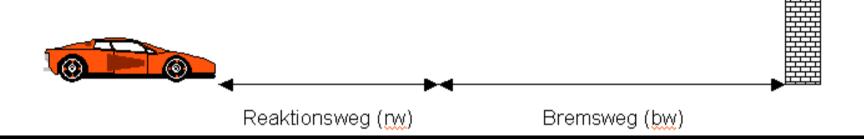
Steigung

y-Achsen-Abschnitt



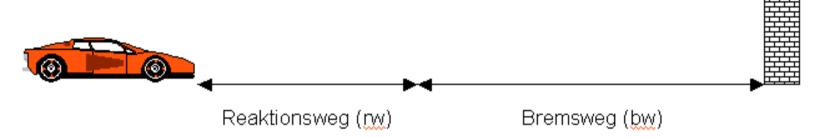
#### Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



#### Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.

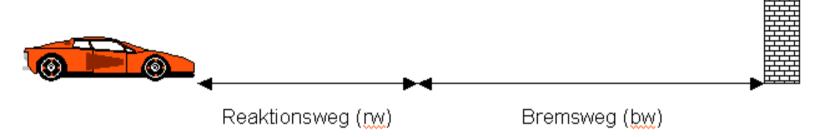


Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

$$\underline{W} = Geschwindigkeit \cdot \frac{3}{10}$$

#### Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



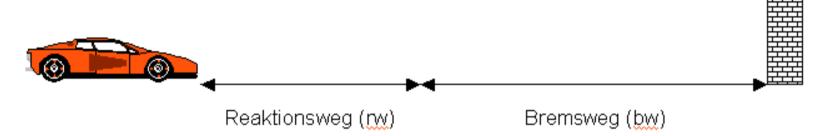
Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

$$\underline{W} = Geschwindigkeit \cdot \frac{3}{10}$$

**Lineare Funktion** 

#### Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



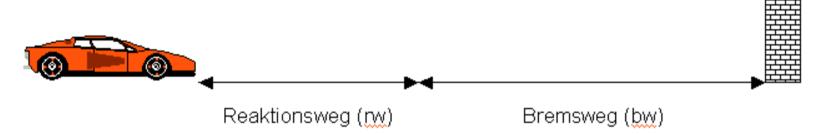
Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

$$\underline{\text{rw}} = Geschwindigkeit \cdot \frac{3}{10} \qquad \qquad \underline{\text{bw}} = \left(\frac{Geschwindigkeit}{10}\right)$$

**Lineare Funktion** 

#### Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

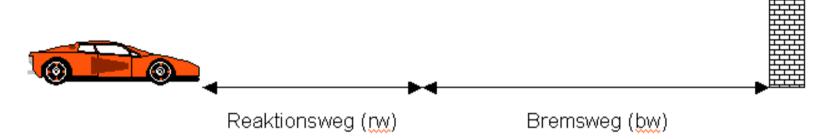
$$\underline{\mathsf{rw}} = Geschwindigkeit \cdot \frac{3}{10} \qquad \qquad \underline{\mathsf{bw}} = \left(\frac{Geschwindigkeit}{10}\right)^{3}$$

**Lineare Funktion** 

**Quadratische Funktion** 

#### Unterscheidung lineare und quadratische Funktionen

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



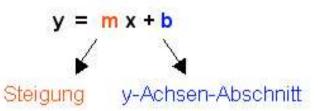
Reaktions- und Bremsweg berechnen sich nach den folgenden Formeln:

$$\underline{\text{DW}} = Geschwindigkeit} \cdot \frac{3}{10}$$
 
$$\underline{\text{DW}} = \left(\frac{Geschwindigkeit}{10}\right)^2$$

Diese Formeln lassen sich als lineare bzw. quadratische Funktion darstellen, wobei die Variable x die Geschwindigkeit abbildet:

$$y = \frac{3}{10}x$$
 (linear)  $y = \frac{1}{100}x^2$  (quadratisch

Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:



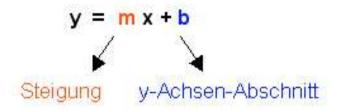


Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:



Die beiden Funktionsarten haben unterschiedliche Bilder (Graphen).

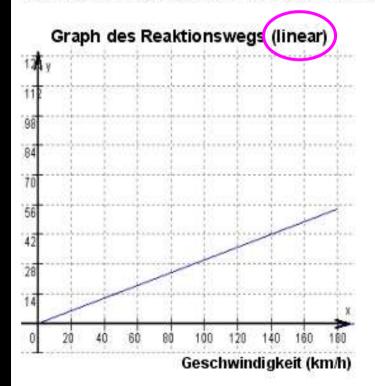
Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:



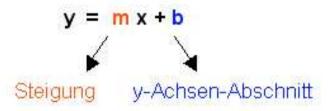
$$y = x^2$$

Normalparabel (einfachste Form)

Die beiden Funktionsarten haben unterschiedliche Bilder (Graphen).



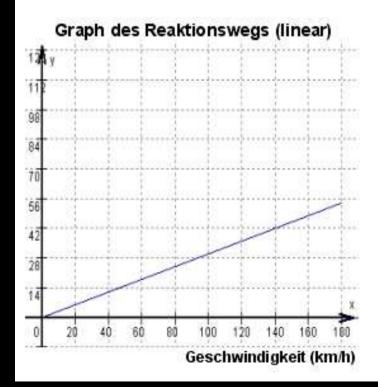
Beide Funktionsarten haben die folgende allgemeine Form:

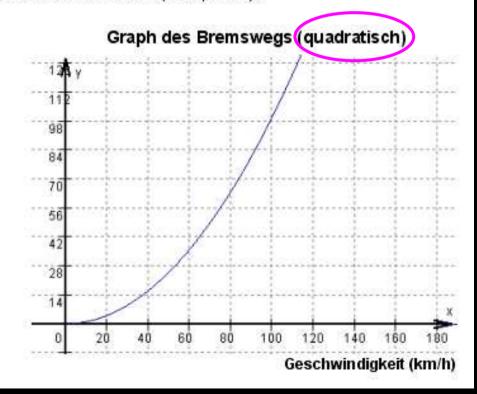


$$y = x^2$$

Normalparabel (einfachste Form)

Die beiden Funktionsarten haben unterschiedliche Bilder (Graphen).

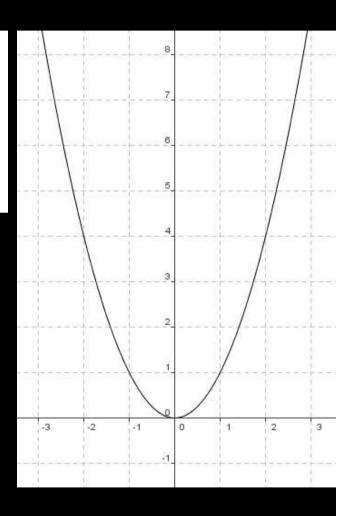




#### Das Bild der quadratischen Funktion

Der Graph der quadratischen Funktion  $y = x^2$  ist eine Parabel, die zur y-Achse symmetrisch ist. (Normalparabel)

Der Scheitelpunkt liegt bei S (0/0).



## Verschiebung entlang der y-Achse:

$$f(x) = x^2 + 2$$



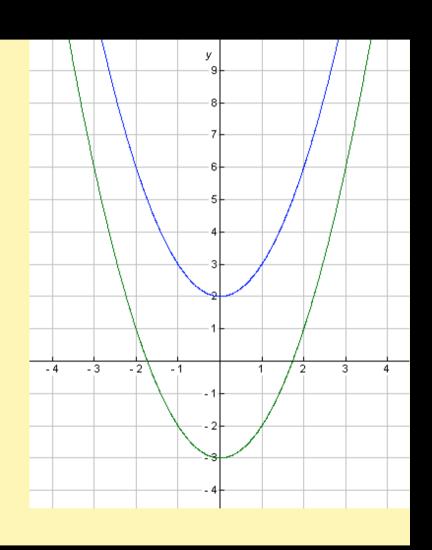
### Verschiebung entlang der y-Achse:

$$f(x) = x^2 + 2$$

Die letzte Zahl gibt die Verschiebung entlang der y-Achse an.

Das heißt:

$$f(x) = x^2 + 2 \implies S(0 | +2)$$



### **Verschiebung entlang der y-Achse:**

$$f(x) = x^2 + 2$$

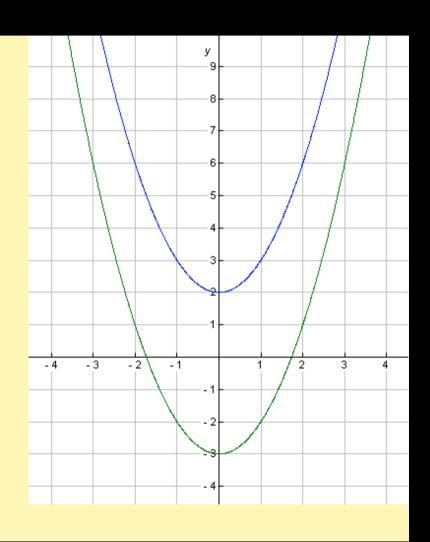
$$f(x) = x^2 - 3$$

Die letzte Zahl gibt die Verschiebung entlang der y-Achse an.

#### Das heißt:

$$f(x) = x^2 + 2 \implies S(0 | +2)$$

$$f(x) = x^2 - 3 \implies S(0 \mid -3)$$



# **Verschiebung entlang der x-Achse:**

$$f(x) = (x+2)^2$$

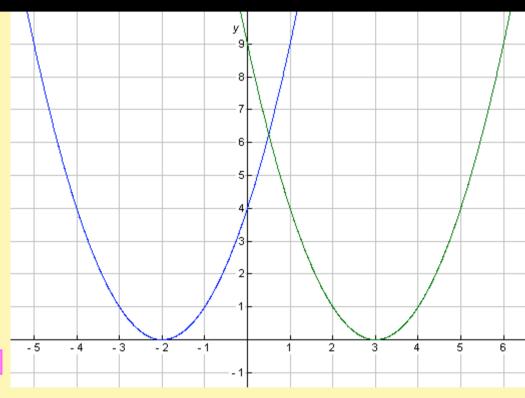


# Verschiebung entlang der x-Achse:

$$f(x) = (x + 2)^2$$

Die Zahl in der Klammer gibt die Verschiebung entlang der x-Achse an.

[Achtung: Vorzeichenwechsel!!]



#### Das heißt:

$$f(x) = (x + 2)^2 \Rightarrow S(-2 \mid 0)$$

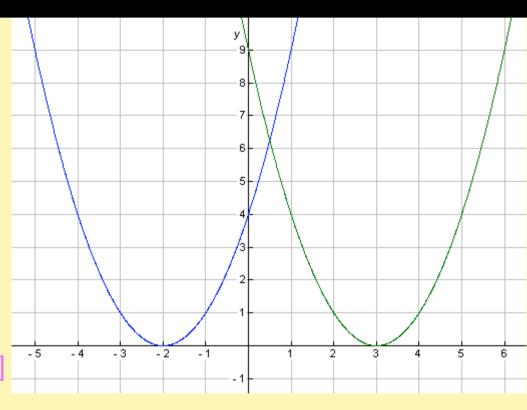
## **Verschiebung entlang der x-Achse**:

$$f(x) = (x + 2)^2$$

$$f(x) = (x - 3)^2$$

Die Zahl in der Klammer gibt die Verschiebung entlang der x-Achse an.

[Achtung: Vorzeichenwechsel!!]



#### Das heißt:

$$f(x) = (x + 2)^2 \implies S(-2 \mid 0)$$

$$f(x) = (x - 3)^2 \Rightarrow S(+3 | 0)$$

# Kombination der Verschiebungen:

$$f(x) = (x + 1)^2 + 3$$

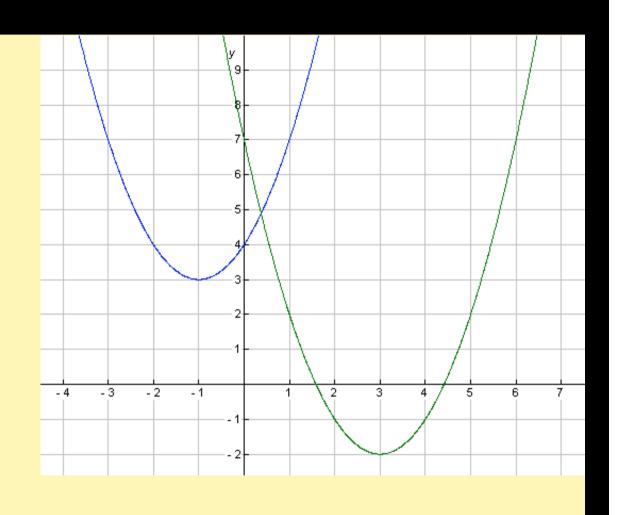


# **Kombination der Verschiebungen:**

$$f(x) = (x + 1)^2 + 3$$

#### Das heißt:

$$f(x) = (x + 1)^2 + 3$$
  
 $\Rightarrow S(-1 | 3)$ 



# Kombination der Verschiebungen:

$$f(x) = (x + 1)^2 + 3$$

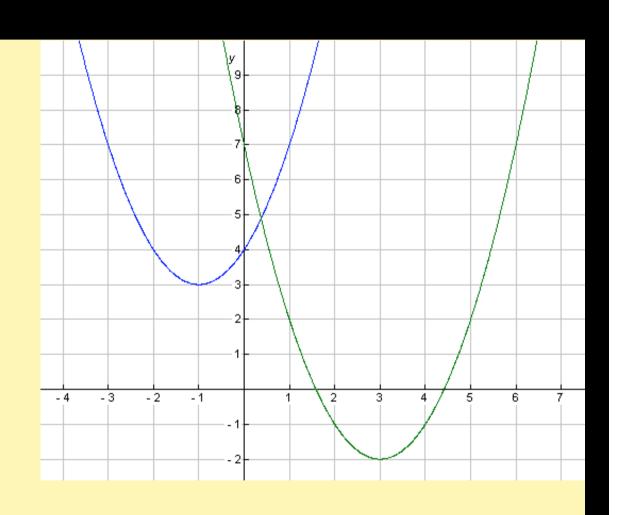
$$f(x) = (x - 3)^2 - 2$$

#### Das heißt:

$$f(x) = (x + 1)^2 + 3$$
  
 $\Rightarrow S(-1 | 3)$ 

$$f(x) = (x - 3)^2 - 2$$

$$\Rightarrow$$
 S (+3 | -2)



# Formveränderung der Parabel:

$$f(x) = 3x^2$$

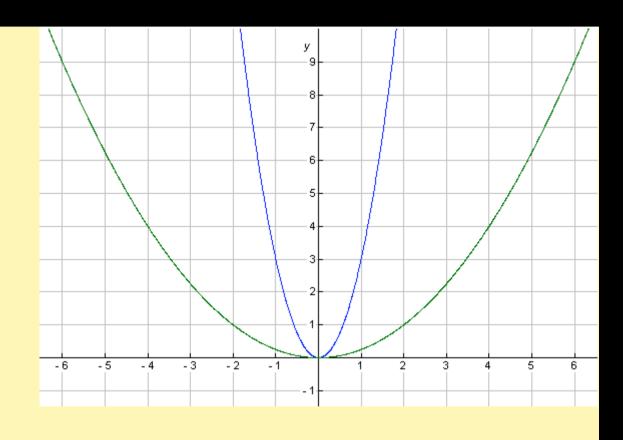


# Formveränderung der Parabel:

$$f(x) = 3x^2$$

Das heißt:

Die Parabel ist **gestreckt.** 



# Formveränderung der Parabel:

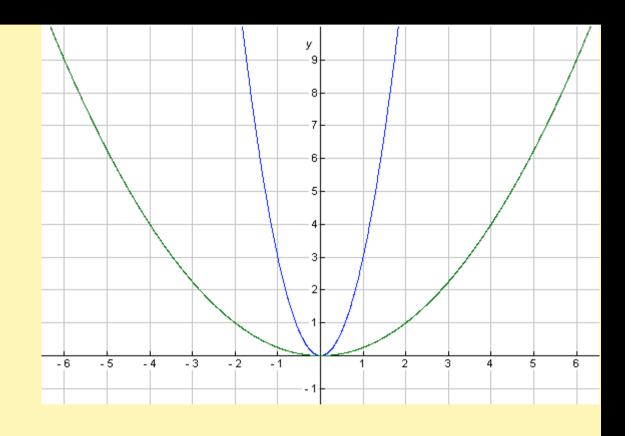
$$f(x) = 3x^2$$

$$f(x) = 0.25x^2$$

Das heißt:

Die Parabel ist **gestreckt.** 

Die Parabel ist **gestaucht.** 



### Formveränderung der **Parabel:**

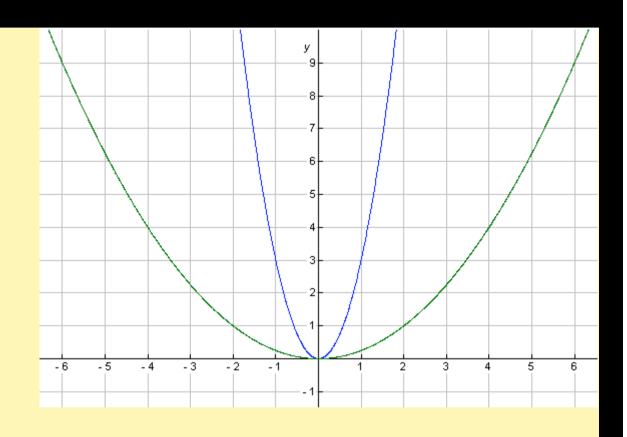
$$f(x) = 3x^2$$

$$f(x) = 0.25x^2$$

Das heißt:

Die Parabel ist gestreckt.

Die Parabel ist gestaucht.



Es gilt:

(a)

a > 0

die Parabel ist gestreckt (schmal)

(b)

Normalparabel

0<a<1 ⇒

die Parabel ist gestaucht (breit)

## Wie sieht die Parabel aus, wenn der Faktor vor x² negativ ist?

Beispiele: (a)  $y = -3x^2$ 

(b)  $y = -1 x^2$ 

(c)  $y = -0.5 x^2$ 

### Wie sieht die Parabel aus, wenn der Faktor vor x<sup>2</sup> negativ ist?

Beispiele: (a

(a) 
$$y = -3 x^2$$

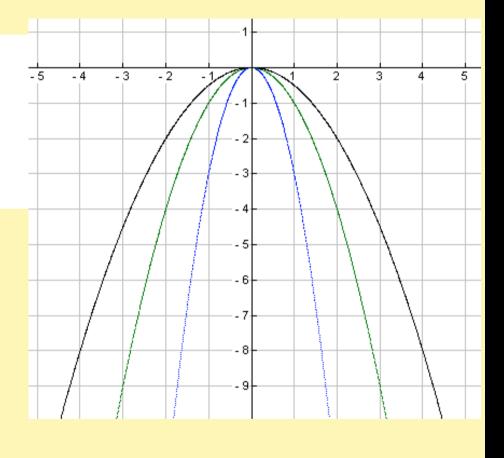
(b)

$$y = -1 x^2$$

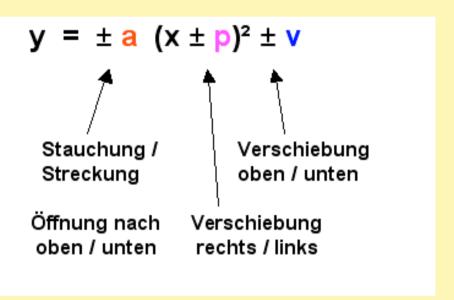
(c)

$$y = -0.5 x^2$$

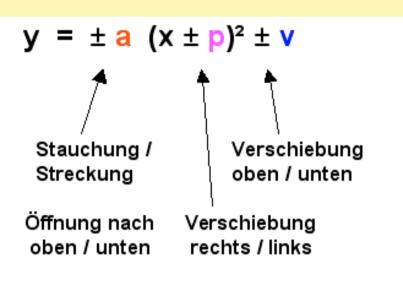
Die Parabel steht "auf dem Kopf".



### Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:

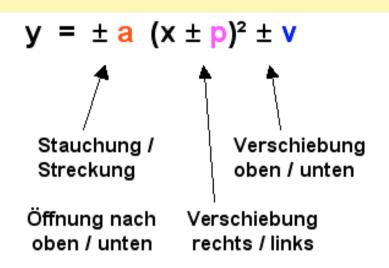


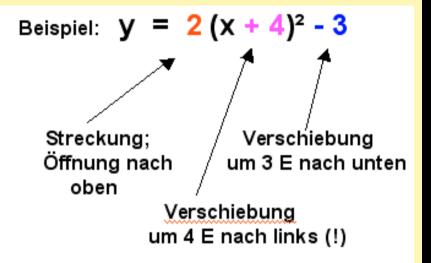
### Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:



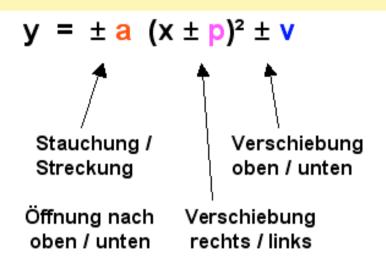
Beispiel:  $y = 2(x + 4)^2 - 3$ 

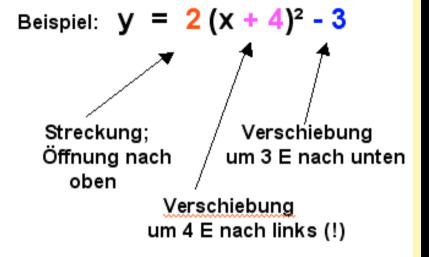
### Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:





### Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:

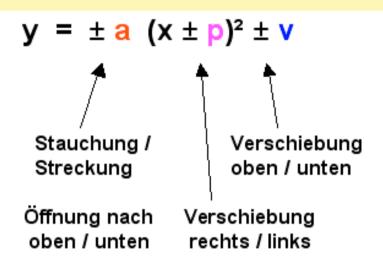


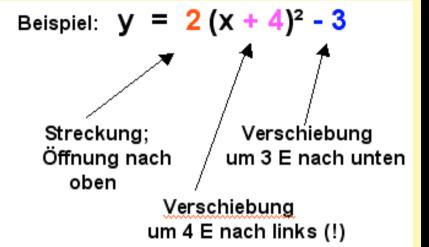


Hieraus ergibt sich der Scheitelpunkt:



### Wir können auch alle Möglichkeiten kombinieren:





Hieraus ergibt sich der Scheitelpunkt:

$$S(-4/-3)$$

$$f(x) = 3 (x+7)^2 + 3$$

$$f(x) = 0.6 x^2 - 2$$

$$f(x) = -8 (x - 2)^2 + 2,4$$

$$f(x) = -0.5 x^2 - 17$$

$$f(x) = 4.3 (x + 12)^2 - 7$$

$$f(x) = -2.2 (x + 2.2)^2$$

$$f(x) = 3 (x+7)^2 + 3$$

$$f(x) = 0.6 x^2 - 2$$

$$f(x) = -8 (x - 2)^2 + 2,4$$

$$f(x) = -0.5 x^2 - 17$$

$$f(x) = 4.3 (x + 12)^2 - 7$$

$$f(x) = -2,2 (x +2,2)^2$$

#### Wir bestimmen den Scheitelpunkt:

$$f(x) = 3 (x+7)^2 + 3$$

S(-7/3)

$$f(x) = 0.6 x^2 - 2$$

$$S(0/-2)$$

$$f(x) = -8 (x - 2)^2 + 2,4$$

$$f(x) = -0.5 x^2 - 17$$

$$f(x) = 4.3 (x + 12)^2 - 7$$

$$f(x) = -2,2 (x +2,2)^2$$

$$f(x) = 3 (x+7)^2 + 3$$

$$f(x) = 0.6 x^2 - 2$$

$$f(x) = -8 (x - 2)^2 + 2,4$$

$$f(x) = -0.5 x^2 - 17$$

$$f(x) = 4.3 (x + 12)^2 - 7$$

$$f(x) = -2,2 (x +2,2)^2$$

$$S(0/-2)$$

$$f(x) = 3 (x+7)^2 + 3$$

$$f(x) = 0.6 x^2 - 2$$

$$f(x) = -8 (x - 2)^2 + 2,4$$

$$f(x) = -0.5 x^2 - 17$$

$$f(x) = 4.3 (x + 12)^2 - 7$$

$$f(x) = -2.2 (x +2.2)^2$$

$$S(0/-2)$$

$$f(x) = 3 (x+7)^2 + 3$$

$$f(x) = 0.6 x^2 - 2$$

$$f(x) = -8 (x - 2)^2 + 2,4$$

$$f(x) = -0.5 x^2 - 17$$

$$f(x) = 4.3 (x + 12)^2 - 7$$

$$f(x) = -2,2 (x +2,2)^2$$

$$S(0/-2)$$

$$f(x) = 3 (x+7)^2 + 3$$

$$f(x) = 0.6 x^2 - 2$$

$$f(x) = -8 (x - 2)^2 + 2,4$$

$$f(x) = -0.5 x^2 - 17$$

$$f(x) = 4.3 (x + 12)^2 - 7$$

$$f(x) = -2,2 (x +2,2)^2$$

$$S(0/-2)$$

$$S(-2,2/0)$$

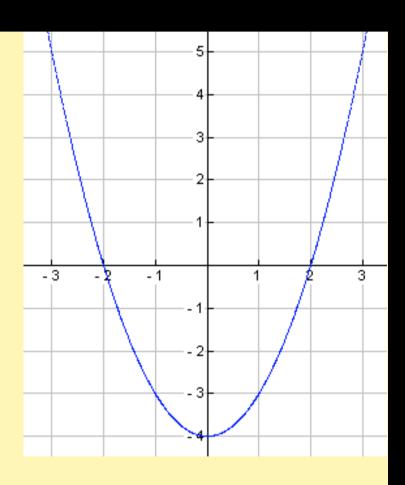
## **Bestimmung der Nullstellen**

$$f(x) = x^2 - 4$$



## **Bestimmung der Nullstellen**

$$f(x) = x^2 - 4$$



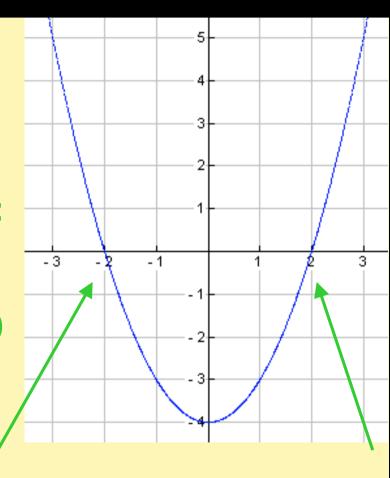
#### **Bestimmung der Nullstellen**

$$f(x) = x^2 - 4$$

Diese Funktion hat zwei Nullstellen:

 $N_1 (-2/0)$  und  $N_2 (2/0)$ 

(die Schnittpunkte mit der x-Achse)



#### Bestimmung der Nullstellen

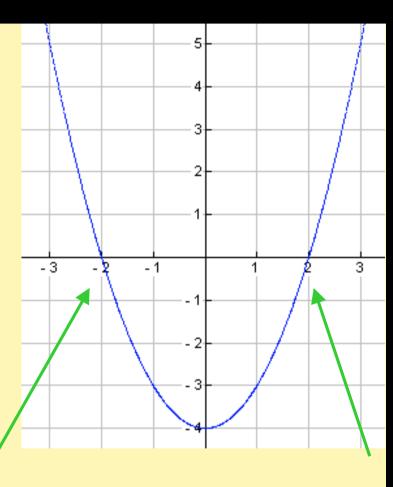
$$f(x) = x^2 - 4$$

Diese Funktion hat zwei Nullstellen:

 $N_1 (-2/0)$  und  $N_2 (2/0)$ 

(die Schnittpunkte mit der x-Achse)

Bei Nullstellen ist der y-Wert immer 0.



## **Bestimmung der Nullstellen**

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

#### **Bestimmung der Nullstellen**

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

#### **Bestimmung der Nullstellen**

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

$$0 = x^2 - 4 + 4$$

#### Bestimmung der Nullstellen

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

$$0 = x^2 - 4 + 4$$

$$4 = x^2 \qquad | \quad \sqrt{\phantom{a}}$$

#### Bestimmung der Nullstellen

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

$$0 = x^2 - 4 + 4$$

$$4 = x^2 \qquad | \quad \sqrt{}$$

$$\pm 2 = x_{1/2}$$

#### Bestimmung der Nullstellen

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

Dazu setzen wir y = 0.

$$0 = x^{2} - 4 + 4$$

$$4 = x^{2} + \sqrt{1 + 4}$$

$$\pm 2 = x_{1/2}$$

das heißt:  $x_1 = 2$  und  $x_2 = -2$ 

#### Bestimmung der Nullstellen

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

Dazu setzen wir y = 0.

$$0 = x^{2} - 4 + 4$$

$$4 = x^{2} + \sqrt{1 + 4}$$

$$\pm 2 = x_{1/2}$$

das heißt:  $x_1 = 2$  und  $x_2 = -2$ 

N1(2/0) und N2(-2/0)

#### Bestimmung der Nullstellen

$$f(x) = x^2 - 4$$

Wir können die Nullstellen auch berechnen:

Dazu setzen wir y = 0.

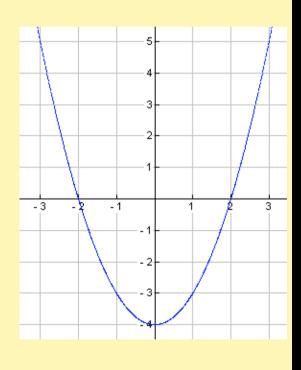
$$0 = x^{2} - 4 + 4$$

$$4 = x^{2} + \sqrt{1 + 4}$$

$$\pm 2 = x_{1/2}$$

das heißt:  $x_1 = 2$  und  $x_2 = -2$ 

N1(2/0) und N2(-2/0)



1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
0 =  $x^2 - 3$  | + 3

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{\phantom{a}}$ 

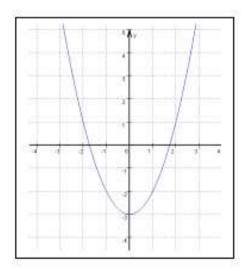
1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 + 3$   
 $3 = x^2 + \sqrt{1}$   
 $\pm 1.7 = x$ 

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 + 3$   
 $3 = x^2 + \sqrt{2}$   
 $\pm 1.7 = x$   
 $N_1 (+1.7 / 0)$   
 $N_2 (-1.7 / 0)$ 

Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1,7 = x$ 

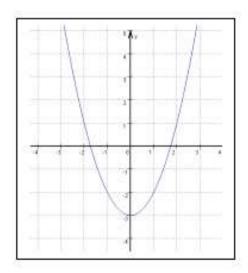
2 Nullstellen



Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1.7 = x$ 

2 Nullstellen

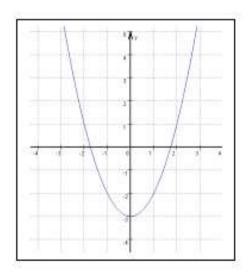


2. Fall:  $y = x^2$ 

Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1.7 = x$ 

2 Nullstellen

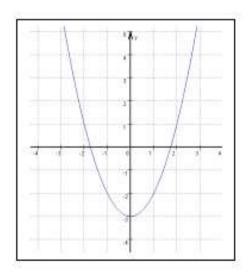


2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
0 =  $x^2 \mid \sqrt{ }$ 

#### Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1.7 = x$ 

2 Nullstellen



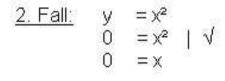
2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
 $0 = x^2 \mid \sqrt{0}$   
 $0 = x$ 

Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

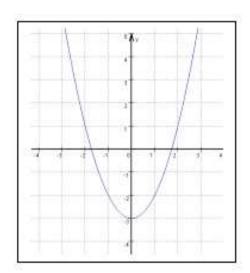
<u>1. Fall:</u>

$$y = x^{2} - 3$$
  
 $0 = x^{2} - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^{2} \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1.7 = x$ 

2 Nullstellen



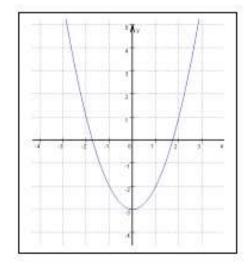
1 Nullstelle



Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

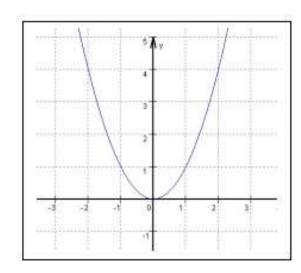
1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 + 3$   
 $3 = x^2 + \sqrt{1}$   
 $\pm 1.7 = x$ 

2 Nullstellen



2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
 $0 = x^2 \mid \sqrt{0}$   
 $0 = x$ 

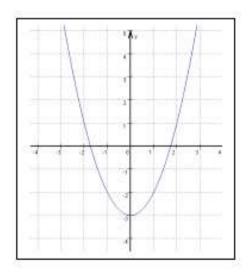
1 Nullstelle



#### Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1.7 = x$ 

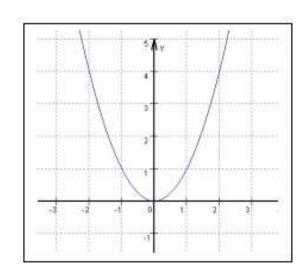
2 Nullstellen



2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
 $0 = x^2 \mid \sqrt{0}$   
 $0 = x$ 

N(0/0)

1 Nullstelle

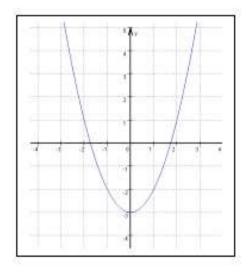


3. Fall:  $y = x^2 + 2$ 

#### Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1.7 = x$ 

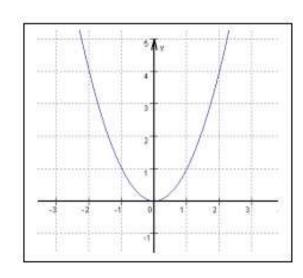
2 Nullstellen



2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
 $0 = x^2 \mid \sqrt{0}$   
 $0 = x$ 

N(0/0)

1 Nullstelle

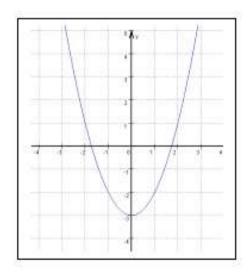


3. Fall: 
$$y = x^2 + 2$$
  
0 =  $x^2 + 2 \mid -2$ 

#### Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 + 3$   
 $3 = x^2 + \sqrt{1}$   
 $\pm 1.7 = x$ 

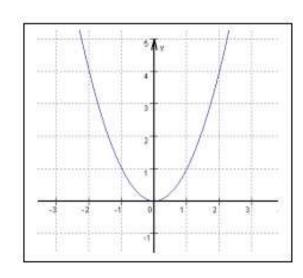
2 Nullstellen

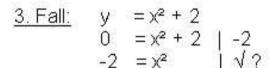


2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
 $0 = x^2 \mid \sqrt{0}$   
 $0 = x$ 

N(0/0)

1 Nullstelle

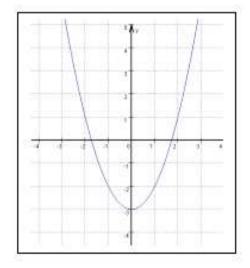




Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{$   
 $\pm 1.7 = x$ 

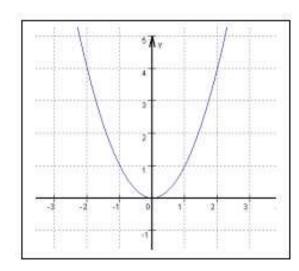
2 Nullstellen



2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
 $0 = x^2 \mid \sqrt{0}$   
 $0 = x$ 

N(0/0)

1 Nullstelle



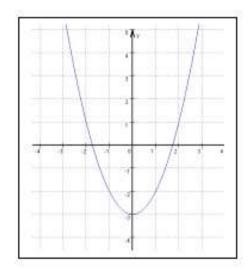
3. Fall:  $y = x^2 + 2$   $0 = x^2 + 2$   $-2 = x^2$ 

keine Nullstelle

Beispiele für die Berechnung der Nullstellen:

1. Fall: 
$$y = x^2 - 3$$
  
 $0 = x^2 - 3 \mid + 3$   
 $3 = x^2 \mid \sqrt{ }$   
 $\pm 1.7 = x$ 

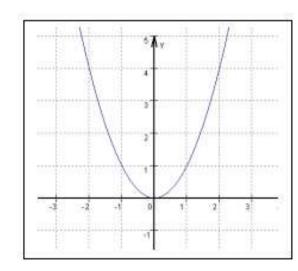
2 Nullstellen



2. Fall: 
$$y = x^2$$
  
 $0 = x^2 \mid \sqrt{0}$   
 $0 = x$ 

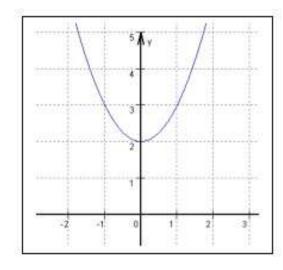
N(0/0)

1 Nullstelle



3. Fall:  $y = x^2 + 2$   $0 = x^2 + 2$   $-2 = x^2$ 

keine Nullstelle





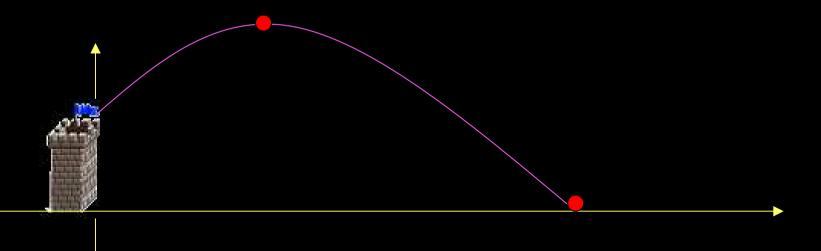
# Quadratische Funktionen Anwendungsaufgaben

#### **Anwendungsaufgabe 1:**

Ritter Kunibert verteidigt seine Burg und bewirft seine Angreifer mit faulen Tomaten.

Die Flugbahn der Tomaten lässt sich durch die folgende Funktionsgleichung beschreiben:

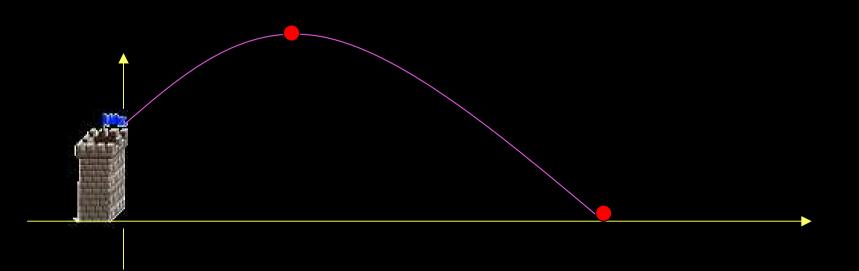
$$f(x) = -0.05 (x - 10)^2 + 45$$



## **Anwendungsaufgabe 1:**

$$f(x) = -0.05 (x - 10)^2 + 45$$

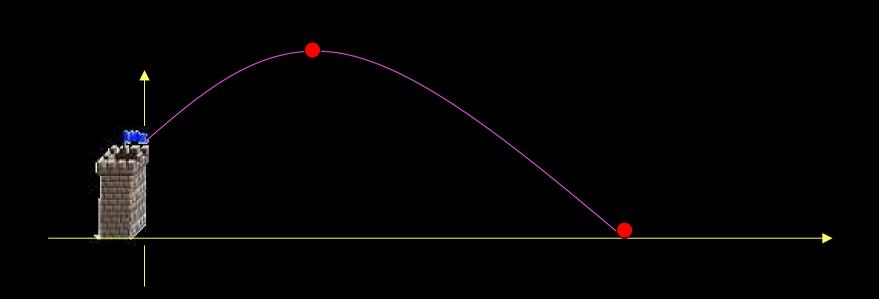
a) Wie hoch ist der Turm?



#### **Anwendungsaufgabe 1:**

$$f(x) = -0.05 (x - 10)^2 + 45$$

b) Bis zu welcher Stelle sind die Angreifer gerade noch zu treffen?



#### **Anwendungsaufgabe 1:**

$$f(x) = -0.05 (x - 10)^2 + 45$$

c) Wie hoch fliegen die Tomaten maximal?

